

## 3.2 2D konvolúcia

2D konvolúcia je najčastejšia operácia pri spracovaní obrazu v priestorovej oblasti.

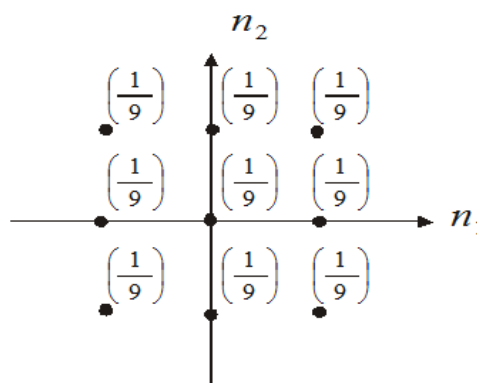
Nech na vstupe sústavy je obrazová funkcia  $x(n_1, n_2)$  s rozmermi  $N \times N$ , impulzová charakteristika sústavy je  $h(n_1, n_2)$  s rozmermi  $M \times M$ , pričom v typickom prípade je  $N$  oveľa väčšie ako  $M$ . Potom na výstupe systému dostávame  $y(n_1, n_2)$  ako konvolúciu:

$$y(n_1, n_2) = x(n_1, n_2) * h(n_1, n_2) = \sum_{k_1=-\infty}^{\infty} \sum_{k_2=-\infty}^{\infty} x(k_1, k_2) \cdot h(n_1 - k_1, n_2 - k_2) \quad (3.3)$$

Konvolúciu si môžeme predstaviť ako postupné posúvanie impulzovej charakteristiky  $h(n_1, n_2)$  - masky – po obraze z ľavého horného rohu až do pravého dolného rohu. Na každej pozícii vynásobíme zodpovedajúce hodnoty jasu pixelov obrazu  $x(n_1, n_2)$  s hodnotami masky  $h(n_1, n_2)$  na daných pozíciách, všetko spočítame dohromady a výsledok  $y(n_1, n_2)$  uložíme na pozíciu v strede masky. Potom masku posunieme o jeden pixel a celú operáciu opakujeme.

### Typický príklad konvolúcie v priestorovej oblasti

Nech impulzová charakteristika  $h(n_1, n_2)$  má rozmery  $3 \times 3$ :

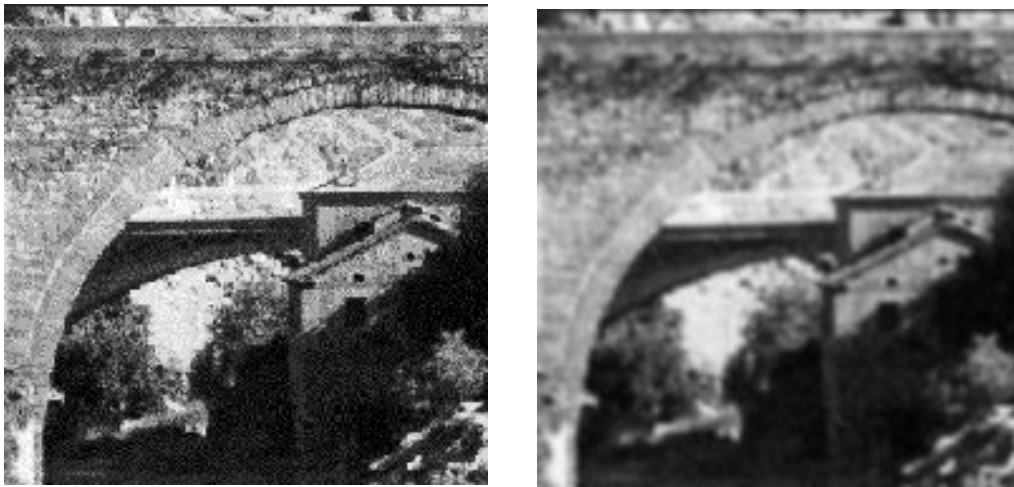


**Obr. 3.14** Impulzová charakteristika  $h(n_1, n_2)$ , rozmery  $3 \times 3$  pixely

a obrazová funkcia  $x(n_1, n_2)$  má rozmery 256x256 pixelov. Priestorový filter  $h(n_1, n_2)$  posúvame postupne po bodoch obrazu a na každej pozícii vypočítame odpoveď systému ( v našom prípade ide o dolno-priepustný filter) ako konvolúciu. Veľkosť obrazu po 2D konvolúcii s impulzovou charakteristikou filtra bude:

$(N+M-2) \times (N+M-2)$ . Teda v našom prípade:  $(256+3-2) \times (256+3-2) = 257 \times 257$ .

Obraz sa teda zväčší! Ak chceme zachovať pôvodné rozmery spracovaného obrazu, treba ho orezať – zmenšiť na pôvodnú veľkosť.



**Obr. 3.15** Konvolúcia ilustračný obrázok: (a) originál, (b) výsledok konvolúcie s maskou z Obr. 3.14.

Môžeme si všimnúť, že naša maska priemeruje jas obrazu v okolí 3x3 pixely a tým obraz vlastne rozmazáva. Ide o dolno-priepustnú filtráciu, ktorej sa budeme venovať neskôr.

### **Vlastnosti konvolúcie:**

#### **Komutatívnosť**

$$x(n_1, n_2) * h(n_1, n_2) = h(n_1, n_2) * x(n_1, n_2) \quad (3.4)$$

#### **Asociatívnosť**

$$(x(n_1, n_2) * y(n_1, n_2)) * z(n_1, n_2) = x(n_1, n_2) * (y(n_1, n_2) * z(n_1, n_2)) \quad (3.5)$$

#### **Distributívnosť**

$$(x(n_1, n_2) * y(n_1, n_2)) * z(n_1, n_2) = x(n_1, n_2) * (y(n_1, n_2) * z(n_1, n_2)) \quad (3.6)$$