6.2 Prahové metódy

Patria k najstarším a najpoužívanejším metódam segmentácie obrazu. Sú najjednoduchšie, z čoho vyplýva ich výpočtová nenáročnosť a rýchlosť. Patria k metódam diskriminačnej analýzy.

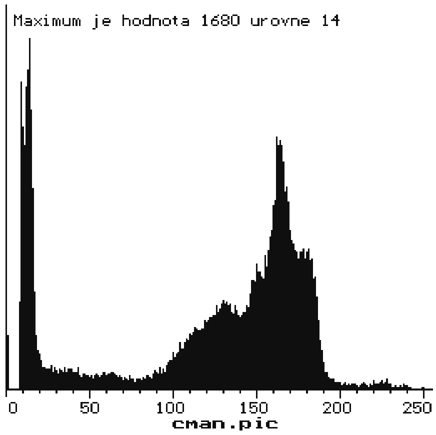
Prahovanie využíva skutočnosť, že jednotlivé objekty a oblasti na obraze majú konštantnú odrazivosť a pohltivosť svojho povrchu. Na základe zvoleného *kritéria* sa snažíme určiť hraničnú hodnotu nejakého *príznaku* obrazu a podľa tejto hodnoty zatrieďujeme obrazové body do oblastí.

Kritériom môže byť zachovanie momentov obrazu, maximálna, prípadne minimálna entropia a v najjednoduchšom prípade veľkosť úrovne jasu.

Príznak je meraná charakteristika obrazu. V závislosti od voľby príznaku sa ďalej odvíja celý proces analýzy obrazu, preto je správny výber príznakov veľmi dôležitý. Pri rozhodovaní treba zohľadniť tieto skutočnosti:

- ***diskriminačná účinnosť*** – príznaky pre rôzne objekty musia mať podstatne odlišné vlastnosti,
- ***spoľahlivosť*** – príznaky pre tie isté objekty by mali mať tie isté alebo aspoň veľmi podobné vlastnosti,
- ***nezávislosť*** – potrebná je vzájomná nekorelovanosť príznakov,
- ***malý počet*** – zložitosť celého systému je priamo úmerná počtu príznakov.

(a)



(b)

Obr. 6.1. Príklad histogramu obrazu: a) originálny obraz 256 x 256 obrazových bodov, 256 úrovní jasu, b) histogram obrazu

Vo vytvorených oblastiach dochádza k nahradeniu pôvodnej hodnoty videosignálu v jednotlivých bodoch zvoleným znakom príslušnosti k oblasti. Takýmto znakom môže byť napríklad určitá úroveň jasu.

V najjednoduchšom prípade prahovanie vychádza z predstavy, že obraz obsahuje dva typy oblastí – objekt a pozadie, ktoré sú dostatočne odlíšené úrovňou jasu. Za tohto predpokladu je určenie prahovej hodnoty jednoduchá úloha.

Nech $f(n_1, n_2)$ je funkcia jasu obrazu. Obraz je definovaný na množine N, pričom funkcia $f(n_1, n_2)$ nadobúda hodnoty $(u_0, u_1, \dots u_{l-1})$, ktoré označujú úrovne jasu. Nech $h(u)$ predstavuje histogram obrazu. ***Histogram*** je graf diskrétnych hodnôt početností jednotlivých úrovní jasu. Obraz a jeho histogram sú znázornené na obrázku 6.1. Histogram môže mať viaceré vrcholy – tzv. ***dominantné módy***. Ak obraz pozostáva zo svetlých objektov na tmavom pozadí (resp. opačne), tieto sú charakterizované dvoma dominantnými módmi. Potom najjednoduchším výberovým kritériom je voľba takej jasovej konštanty t, ktorá separuje oba módy histogramu [GoWo82]. Pre svetlý objekt na tmavom pozadí ľubovoľný bod obrazu (n_1, n_2) bude patriť pozadiu, ak platí $f(n_1, n_2) \leq t$, alebo objektu, ak platí $f(n_1, n_2) > t$. Je to teda transformácia vstupného obrazu $f(n_1, n_2)$ na výstupný binárny obraz $g(n_1, n_2)$ podľa vzťahu

$$g(n_1, n_2) = \begin{cases} u_0 & pre\ f(n_1, n_2) \leq t \\ u_{l-1} & pre\ f(n_1, n_2) > t \end{cases} \tag{6.1}$$

Vo všeobecnosti je prahovanie založené na výbere optimálnej prahovej hodnoty t_0 zo všetkých možných prahových hodnôt t výpočtom kriteriálnej funkcie. Ak určenie prahovej hodnoty závisí výlučne od úrovní jasu v jednotlivých bodoch obrazu, hovoríme o ***bodovo závislých metódach***. Ak je prah závislý aj od lokálnej vlastnosti (napr. rozloženie úrovní jasu) v okolí jednotlivých bodov obrazu, ide o ***oblastne závislú metódu***. ***Globálna prahová metóda*** je taká, ktorá prahuje vstupný obraz jediným prahom, zatiaľ čo ***lokálna prahová metóda*** rozdeľuje daný obraz na časti a určuje prah pre každú časť zvlášť. Ak sa prahová hodnota jasu mení v závislosti od polohy bodu na obraze, metóda sa nazýva ***dynamická***, prípadne adaptívna. Na tomto mieste treba spomenúť aj skupinu ***metód viacúrovňového prahovania***, ktoré sú spravidla založené na niektorom z predchádzajúcich princípov, ale určujú viac prahových hodnôt na obraze.

Rozloženie úrovní jasu na obrazoch nemusí byť vždy také, že v histograme jasne vidieť dominantné módy. Často dochádza k ich prekrývaniu. Spôsobuje to premenlivosť úrovní jasu na povrchu objektov alebo pozadia. Môže byť zapríčinená napríklad nerovnomernosťou osvetlenia, nehomogenitou oblastí a pod. To má za následok porušenie modality histogramu. Prejaví sa to tým, že výrazné minimum medzi dominantnými módmi buď nemožno jednoznačne určiť, alebo vôbec neexistuje.

Metóda diskriminačnej analýzy

Predpokladajme, že $f(n_1, n_2)$ je funkciou jasu obrazu zloženého z dvoch oblastí – objektu a pozadia [GoWo82]. Nech $h(u)$ je histogram tohto obrazu. Ak rozmer obrazu je $N = n \, x \, n$, potom pre funkciu $h(u)$ platí:

$$\sum_i h(u_i) = n^2 \qquad pre \quad i = (0, 1, .., l - 1) \tag{6.2}$$

Definujme funkciu $p(u)$ pre jednotlivé úrovne jasu u_i:

$$p(u_i) = \frac{h(u_i)}{n^2} \tag{6.3}$$

Platí

$$\sum_i p(u_i) = 1 \qquad kde \;\; p(u_i) \geq 0 \;\; a \;\; i = (0, 1, .., l - 1) \tag{6.4}$$

Hodnota $p(u_i)$ predstavuje pravdepodobnosť výskytu i-tej úrovne jasu na obraze. Funkciu $p(u)$ môžeme považovať za odhad funkcie hustoty pravdepodobnosti úrovní jasu. Takto môžeme označiť aj odhad funkcie hustoty úrovní jasu objektu a pozadia. Nech je teda $p_1(u)$ odhad funkcie hustoty pravdepodobnosti úrovní jasu objektu a $p_2(u)$ pozadia. Funkcia $p(u)$ je zrejme súčtom funkcií $p_1(u)$ a $p_2(u)$. Ak má však platiť vzťah (4.4), musia byť funkcie $p_1(u)$ a $p_2(u)$ váhované, to znamená násobené koeficientmi, ktoré môžeme chápať ako normovanú mieru veľkosti objektu a pozadia. Nech týmito koeficientmi sú P_1 a P_2, pričom platí $P_1 + P_2 = 1$. Potom

$$p(u) = P_1 \cdot p_1(u) + P_2 \cdot p_2(u) \tag{6.5}$$

Ak za prahovú hodnotu zvolíme úroveň jasu t ležiacu medzi dvoma maximami funkcie a zaradíme body obrazu do klasifikačných oblastí podľa predpisu pre binárne prahovanie, dopustíme sa chyby, pri ktorej určitý počet bodov patriaci do objektu bude zaradený medzi body pozadia a naopak, niektoré body obrazu patriace pozadiu budú klasifikované ako body objektu. Veľkosť tejto chyby môže nadobúdať rozličné hodnoty v závislosti od polohy prahu t, čo môžeme vyjadriť vzťahom

$$\varepsilon(t) = P_1 \cdot \sum_{u=u_0}^{t} p_2(u) + P_2 \cdot \sum_{u=t+1}^{u_{l-1}} p_1(u) \tag{6.6}$$

Najlepšia hodnota prahu bude zrejme tá, pre ktorú funkcia (4.6) nadobúda minimum. Pre niektoré spojité funkcie, napríklad Gaussovo (normálne) rozdelenie pravdepodobnosti s parametrami μ_1, σ_1 a μ_2, σ_2 má chybová funkcia tvar

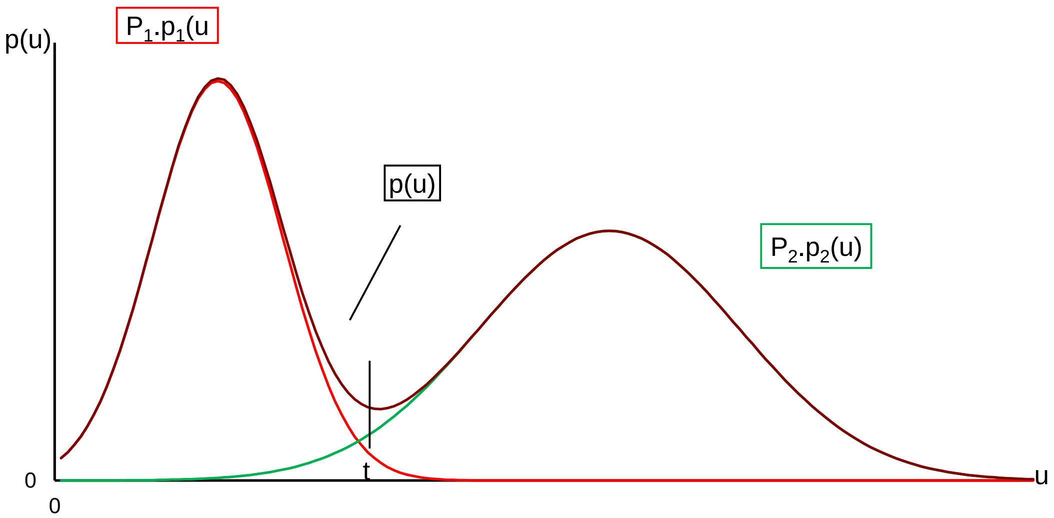
$$\varepsilon_S(t) = P_1 \cdot \int_{-\infty}^{t} p_2(u) \cdot du + P_2 \cdot \int_{t}^{\infty} p_1(u) \cdot du \tag{6.7}$$

Optimálna hodnota prahu t je riešením kvadratickej rovnice.

Ak budeme považovať $p_i(u)$ za normálne rozdelenia pravdepodobnosti, hodnotou t je práve bod, v ktorom sa funkcie $P_1 . p_1(u)$ a $P_2 . p_2(u)$ pretínajú **(obr. 6.2)** a príklad výsledoku segmentácie je na **obr. 6.3.(c).**

.

V niektorých prípadoch môže byť výhodnejšie použitie Poissonovho rozdelenia pravdepodobnosti (Po(□). Výsledok prahovania pre túto aproximáciu je ilustrovaný na **obr. 6.3.(a)**



Obr. 6.2. Priebehy funkcií pre Gaussovo rozloženie pravdepodobnosti: a) $P_1.p_1(u)$, b) $P_2.p_2(u)$, c) $p(u)$. Optimálna hodnota prahu t je bod, v ktorom sa funkcie $P_1.p_1(u)$ a $P_2.p_2(u)$ pretínajú.

Často nastáva prípad, keď sa módy histogramu natoľko prekrývajú, že nie je možné určiť minimum a parametre μ_1, σ_1, μ_2, σ_2, P_1 a P_2 nie sú známe. Môžeme spraviť odhad týchto parametrov. Jednou z možností je použitie ***metódy minimalizácie chybnej klasifikácie bodov obrazu na objekt a pozadie*** (autori: J Kittler a J. Illingworth) [Kill86] tak, aby sme dosiahli čo najmenší rozdiel medzi vypočítanou hodnotou funkcie $p(u)$ a jej odhadom.

Metóda minimalizácie chybnej klasifikácie bodov obrazu na objekt a pozadie (autori: J Kittler a J. Illingworth)

Prah získame minimalizáciou kriteriálnej funkcie, ktorá nepriamo vyjadruje veľkosť prekrytia medzi dvoma normálnymi rozdeleniami objektu a pozadia – t.j. určíme ***Bayesovo minimum.***

Histogram úrovní jasu obrazu aproximujeme normálnymi (Gaussovskými) rozdeleniami pravdepodobnosti:

$p(u/\gamma,t)$ s parametrami *$\mu_\gamma(t)$, $\sigma_\gamma(t)$* a apriórnymi pravdepodobnosťami *$P_\gamma(t)$*

$$p(u/\gamma,t) = \frac{1}{\sigma_\gamma \cdot \sqrt{2\cdot\pi}} \cdot \exp\left[-\frac{1}{2}\cdot\frac{(u-\mu_\gamma)^2}{\sigma_\gamma^2}\right]$$

(6.8.)

Pravdepodobnosť, že úroveň jasu je správne klasifikovaná, je daná vzťahom:

$$I(u,t) = \frac{p(u/\gamma,t)\cdot P_\gamma(t)}{p(u)} \qquad \gamma = \begin{matrix} 1 & u \le t \\ 2 & u > t \end{matrix}$$

(6.9.)

kde $I(u,t)$ môžeme interpretovať ako index správnosti klasifikácie.

(a) t=64

(b) t= 88

(c) t=26

(d) t=80

Obr. 6.3 Porovnanie segmentovaných obrazov : (a) prahovanie-Bayesovo minimum –Po(λ), t=64, (b) metóda analýzy rozptylu - Otsu, t= 88, (c) prahovanie-Bayesovo minimum –N(μ,σ), t=26, (d) vizuálna segmentácia, t=80

Metóda analýzy rozptylu

Táto metóda je pomerne jednoduchá a široko aplikovateľná, pretože na jej použitie stačí poznať iba hodnoty histogramu.

Predpokladajme, že úrovne jasu obrazu tvoria dva dominantné módy histogramu. V takomto prípade je jednoduché stanoviť prahovú hodnotu *t* a zatriediť úrovne jasu do dvoch skupín:

$\mathbf{U_1} = \{0,1,\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ t\}$

$\mathbf{U_2} = \{t+1,\ t+2,\ldots.,\ u_{l\_1}\}$

Nech úrovne jasu z množiny $\mathbf{U_1}$ reprezentujú objekt a úrovne jasu z množiny $\mathbf{U_2}$ pozadie.

Označme

$$F_1(t) = \sum_i p(u_i) \qquad i = (0,1,\ldots t) \tag{6.10}$$

$$F_2(t) = \sum_i p(u_i) \qquad i = (t+1, t+2,\ldots l\text{ -}1) \qquad \text{kde } F_2(t) = 1 - F_1(t) \tag{6.11}$$

Stredná hodnota a disperzia úrovní jasu v obraze, ako aj v množinách U_1 a U_2 nadobúdajú nasledovné hodnoty:

$$\mu = \sum_i u_i \cdot p(u_i)\ ; \quad \sigma^2 = \sum_i (u_i - \mu)^2 \cdot p(u_i); \quad i = (0,1,\ldots,l-1) \tag{6.12}$$

$$\mu_1(t) = \frac{1}{F_1(t)} \cdot \sum_i u_i \cdot p(u_i) \tag{6.13}$$

$$\sigma_1^2(t) = \frac{1}{F_1(t)} \cdot \sum_i \left(u_i - \mu_1(t)\right)^2 \cdot p(u_i); \qquad i = (0,1,\dots t) \tag{6.14}$$

$$\mu_2(t) = \frac{1}{F_2(t)} \cdot \sum_i u_i \cdot p(u_i) \tag{6.15}$$

$$\sigma_2^2(t) = \frac{1}{F_2(t)} \cdot \sum_i \left(u_i - \mu_2(t)\right)^2 \cdot p(u_i); \qquad i = (t+1, t+2, \dots, l\text{-}1) \tag{6.16}$$

Celková vnútorná disperzia $\sigma_v^2(t)$ v oblastiach U_1 a U_2 je rovná

$$\sigma_v^2(t) = F_1(t) \cdot \sigma_1^2(t) + F_2(t) \cdot \sigma_2^2(t) \tag{6.17}$$

a pre medzitriednu disperziu σ_m^2 platí

$$\sigma_m^2(t) = F_1(t) \cdot \left(\mu_1(t) - \mu\right)^2 + F_2(t) \cdot \left(\mu_2(t) - \mu\right)^2 \tag{6.18}$$

Vhodnou voľbou prahu bude zrejme taká hodnota *t*, v ktorej bude vnútorná disperzia objektu a pozadia nadobúdať minimum. Keďže

$$\sigma^2 = \sigma_v^2(t) + \sigma_m^2(t) \tag{6.19}$$

požiadavka minimalizácie vnútornej disperzie je rovnocenná s požiadavkou maximalizácie medzitriednej disperzie:

$$\sigma_m^2(t_0) = \max \sigma_m^2(t) \tag{6.20}$$

Hodnota t_0 je optimálnou prahovou hodnotou pre klasifikáciu bodov obrazu na body objektu a body pozadia.

Na výpočte vnútornej, medzitriednej a celkovej disperzie obrazu je založená **metóda OTSU** [Otsu79].

Autor definoval tri rovnocenné kriteriálne funkcie

$$J_\lambda(t) = \frac{\sigma_m^2(t)}{\sigma_v^2(t)} \;; \qquad J_\eta(t) = \frac{\sigma_m^2(t)}{\sigma^2} \;; \qquad J_\chi(t) = \frac{\sigma^2}{\sigma_v^2(t)} \tag{6.21}$$

Optimálnu prahovú hodnotu t_0 určíme pomocou niektorej z nich. Najvhodnejšie je použiť funkciu $J_\eta(t)$, pretože ***medzitriedna variácia*** vyžaduje len výpočet štatistických momentov nultého a prvého rádu, a teda je najjednoduchšia (**Obr.6.3,b)**. Metódu je možné rozšíriť na viacúrovňové prahovanie. Treba však poznamenať, že s narastajúcim počtom tried spoľahlivosť metódy klesá, pretože sa znižuje presnosť kriteriálnej miery (medzitriedna disperzia). Navyše sa neúmerne zvyšuje výpočtová náročnosť.