

6.5 Metódy využívajúce Laplacian

Cieľom metód na detekciu hrán je hľadanie miest, kde sa intenzita jasu prudko mení. V prípade jednorozmerných funkcií je to tam, kde derivácia funkcie intenzity jasu dosahuje vysokých hodnôt. Pre metódy založené na gradiente sa za vysoké hodnoty považujú tie, ktoré majú magnitúdu $|f'(x)|$ väčšiu ako prahová hodnota. Iná možnosť, ako detekovať hranu, je hľadať body, kde $|f''(x)|$ prechádza nulou (pozri obr. 6.11, kap. 6.5). Keďže nekontrolujeme magnitúdu $f'(x)$, je hrana detekovaná pri akejkoľvek malej zmene jasu. Keďže je tento proces taký citlivý na šum, je veľmi vhodné aplikovať jeden z algoritmov redukujúcich šum pred samotnou detekciou hrán.

Zovšeobecnením $\partial^2 f(x)/\partial x^2$ na 2D funkciu $f(x, y)$ je Laplacian $\nabla^2 f(x, y)$, ktorý je daný vzorcom:

$$\nabla^2 f(x, y) = \nabla(\nabla f(x, y)) = \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial y^2} \quad (6.39)$$

Pre 2D postupnosť môže byť Laplacian nahradený konvolúciou s $h(n_1, n_2)$. Príklady pre $h(n_1, n_2)$ sú zobrazené na obr. 3.32. Aproximujme $\partial f(x, y)/\partial x$ pomocou

$$\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} \rightarrow f_x(n_1, n_2) = f(n_1 + 1, n_2) - f(n_1, n_2) \quad (6.40)$$

Keďže v (6.40) sme použili doprednú diferenciu, môžeme pri výpočte $\partial^2 f(x, y)/\partial x^2$ použiť naopak spätnú diferenciu:

$$\frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x^2} \rightarrow f_{xx}(n_1, n_2) = f_x(n_1, n_2) - f_x(n_1 - 1, n_2) \quad (6.41)$$

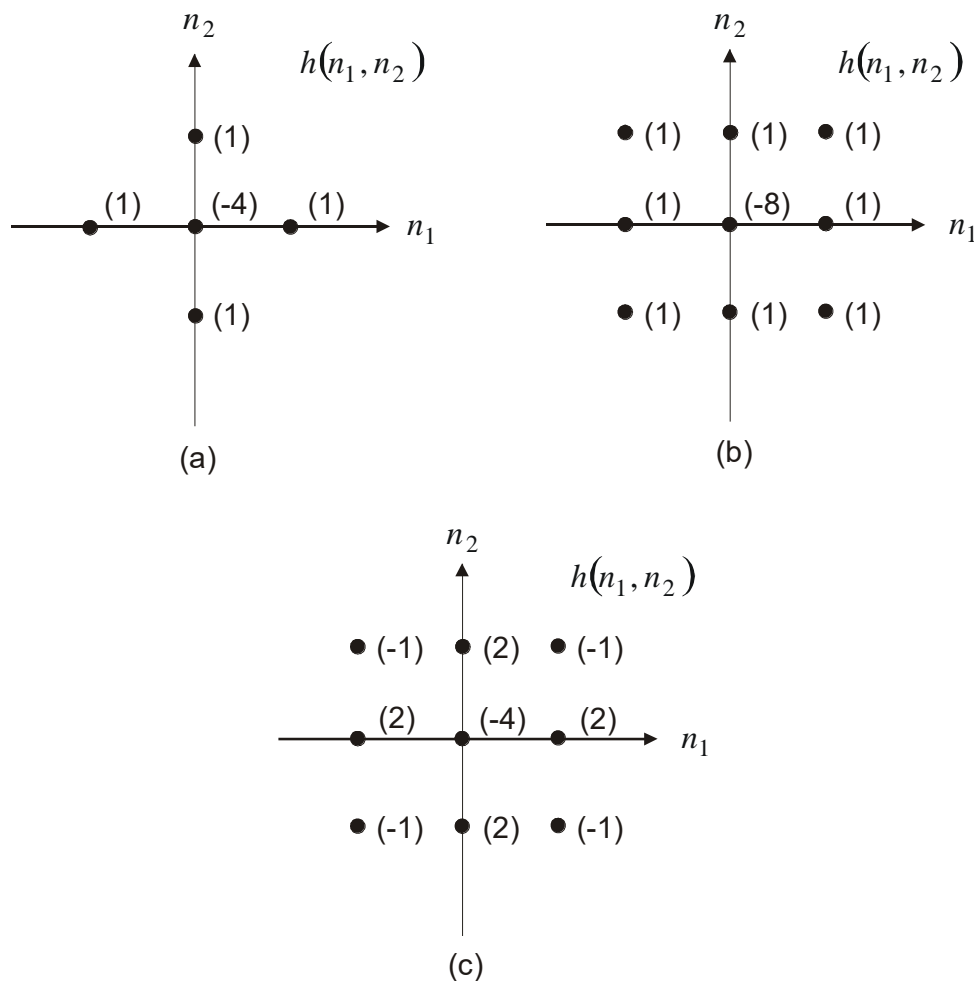
Zo vzťahov (6.40) a (6.41) vyplýva:

$$\frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x^2} \rightarrow f_{xx}(n_1, n_2) = f(n_1 + 1, n_2) - 2f(n_1, n_2) + f(n_1 - 1, n_2) \quad (6.42)$$

Z (6.39) a (6.42) pri aproximovaní $\partial^2 f(x, y)/\partial y^2$ podobným spôsobom dostaneme **aproximáciu Laplacianu**:

$$\begin{aligned} \nabla^2 f(x, y) &\rightarrow \nabla^2 f(n_1, n_2) = f_{xx}(n_1, n_2) + f_{yy}(n_1, n_2) \\ &= f(n_1 + 1, n_2) + f(n_1 - 1, n_2) + f(n_1, n_2 + 1) + f(n_1, n_2 - 1) - 4f(n_1, n_2) \end{aligned} \quad (6.43)$$

Výsledkom $\nabla^2 f(x, y)$ je teda $f(n_1, n_2) * h(n_1, n_2)$, kde $h(n_1, n_2)$ je na obr. 6.20a.



Obr. 6.20 Príklady $h(n_1, n_2)$ použité na aproximáciu $\nabla^2 f(x, y)$.

Obr. 6.21 ukazuje prípad, kde sú hrany detekované hľadaním bodov, pri ktorých $\nabla^2 f(x, y)$ prechádza nulou. Originál obrazu predstavuje výrez hlavy, vrchnej časti tela a kamery z obrázku kameramana (obr. 6.21 a), pričom rozlišovacia schopnosť bola zvýšená na 512x512 obrazových bodov. Výsledok aplikovania vzťahu (6.43) na originál obrazu je zobrazený na obr. 6.21. Keďže prechody nulou sú vlastne hranicami regiónov, nie je v tomto prípade potrebný algoritmus zjemňovania hrán. Ako je však jasné z výsledného obrazu, stanovením všetkých prechodov nulou za hrany sa vygeneruje veľké množstvo hraničných bodov.

Metódy využívajúce Laplacian spravidla generujú množstvo falošných hrán. Tento jav sa vyskytuje hlavne v oblastiach s nízkou lokálnou varianciou. Jednou z možností, ako odstrániť väčšinu falošných hrán, je zaradiť do algoritmu podmienku, že v hraničnom

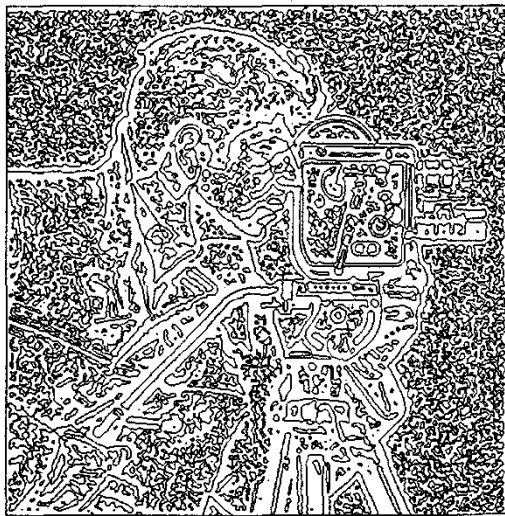
bode musí byť dostatočne veľká lokálna variancia. Lokálna variancia $\sigma_f^2(n_1, n_2)$ môže byť odhadnutá takto:

$$\sigma_f^2(n_1, n_2) = \frac{1}{(2M+1)^2} \cdot \sum_{k_1=n_1-M}^{n_1+M} \sum_{k_2=n_2-M}^{n_2+M} [f(k_1, k_2) - m_f(k_1, k_2)]^2 \quad (6.44a)$$

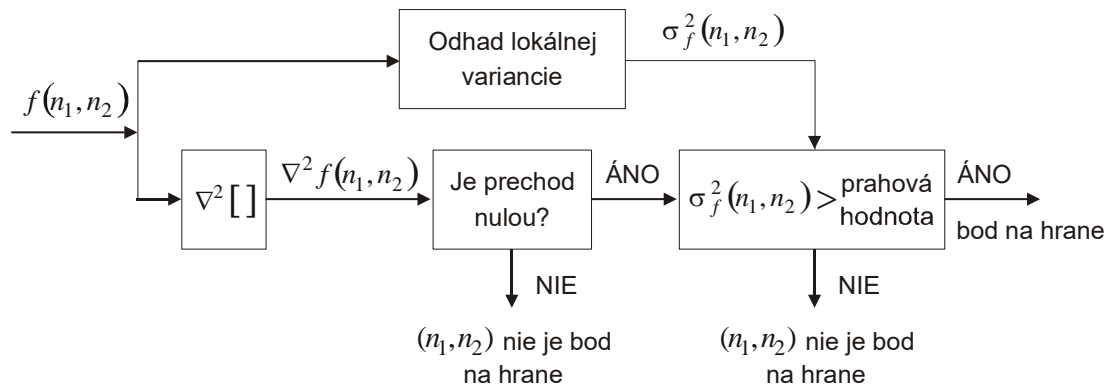
kde

$$m_f(n_1, n_2) = \frac{1}{(2M+1)^2} \cdot \sum_{k_1=n_1-M}^{n_1+M} \sum_{k_2=n_2-M}^{n_2+M} f(k_1, k_2) \quad (6.45b)$$

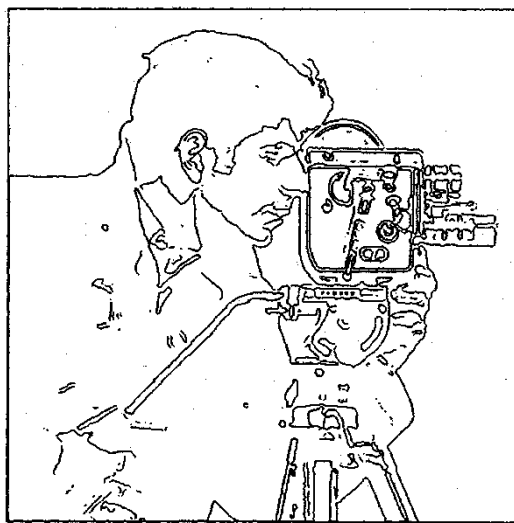
pričom M je typicky volené okolo 2. Keďže $\sigma_f^2(n_1, n_2)$ je porovnávaná so zvolenou prahovou hodnotou, môžeme normovaciú konštantu $1/(2M+1)^2$ vynechať. Navyiac, lokálnu varianciu $\sigma_f^2(n_1, n_2)$ stačí počítať iba pre body, kde $\nabla^2 f(x, y)$ prechádza nulou. Obrázok 6.23 zobrazuje výsledok aplikovania systému z obr. 6.22 na originálny obraz.



Obr. 6.21 Mapa hraničných bodov získaná detektorom hrán založeným na Laplaciane podľa obr. 6.20a s následnou detekciou bodov, pri ktorých Laplacian prechádza nulou.



Obr. 6.22 Systém na spájanie podobných oblastí.



Obr. 6.23 Výsledok aplikácie systému z obr. 6.22 na originál obrazu.

Zhrnutie:

- hranice – miesta, kde $\nabla^2 f(x, y)$ prechádza nulou
- **prechody nulou sú vlastne hranicami oblastí – sú to spravidla spojité hranice**
- algoritmus zjemňovania hrán nie je potrebný – prechody sú tenké hranice
- stanovením všetkých prechodov nulou vznikne veľké množstvo hraničných bodov
- **metódy využívajúce Laplacian generujú množstvo falošných hrán!!!**
- **Je nutné potlačenie falošných hrán**
- **falošné hrany** vznikajú hlavne v oblastiach s nízkym lokálnym rozptylom